

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS BLUMENAU
CENTRO TECNOLÓGICO DE CIÊNCIAS EXATAS E EDUCAÇÃO
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Milena Grasmuk

UM ESTUDO SOBRE O TEOREMA DE PITÁGORAS

Blumenau
2023

Milena Grasmuk

UM ESTUDO SOBRE O TEOREMA DE PITÁGORAS

Relatório de Iniciação Científica
Voluntária do Curso de
Licenciatura em Matemática, do
Centro Tecnológico de Ciências
Exatas e Educação.

Orientador: Prof. Dr. Felipe Vieira

Blumenau
2023

Um estudo sobre o Teorema de Pitágoras

Milena Grasmuk¹

Relatório final do projeto de Iniciação Científica Voluntária “Um estudo sobre o Teorema de Pitágoras” realizado sob a orientação do professor Dr. Felipe Vieira no Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina - Campus Blumenau no período de Abril de 2023 até Outubro de 2023.

Resumo

Este projeto tem como objetivo um estudo mais aprofundado do famoso Teorema de Pitágoras, buscando agrupar algumas das informações encontradas quanto a sua descoberta até os dias atuais. Permearemos pela sua história mostrando alguns contrapontos encontrados, além de algumas de suas demonstrações. Por fim, passamos a nos preocupar com o modo em que o teorema é visto nos dias atuais, mostrando sua importância com algumas das suas diversas aplicações.

Palavras-chave: Teorema de Pitágoras; História; Demonstração; Aplicações.

Introdução

Existem diversas contradições em torno do famoso Teorema de Pitágoras, poucos são os fatos que os permeiam, por exemplo, sabemos que o teorema era e ainda é, uma ferramenta muito utilizada em diferentes contextos e por diversos povos, como os Egípcios e os Mesopotâmicos, mas quando se trata da sua origem existem inúmeras incertezas.

Não há ao certo uma data para o seu surgimento/descoberta, nem mesmo se sabe onde se deu início, e ainda é pouco provável que foi o próprio Pitágoras ou a Escola Pitagórica quem o descobriu. Dentre as diversas conjecturas quanto a sua origem, podemos voltar nossos olhares para a organização estrutural matemática do teorema, e buscar responder os seguintes questionamentos:

- Quais as primeiras evidências de uma demonstração formal?
- Quais as demonstrações mais aceitas?
- Que registros se tem quanto aos primeiros usos do teorema?

Estes questionamentos nos levam a permear os campos da educação matemática e da matemática (pura e aplicada) e, para respondê-los, buscamos algumas referências em ambas áreas de estudo, onde utilizaremos o clássico escrito pela professora Tatiana Roque (2012) “*História da Matemática: desfazendo mitos e lendas*” e o livro “*Temas e Problemas*

¹ Estudante do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Blumenau.

Elementares” de Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner e Augusto César Morgado (2006).

Vamos tomar como fato que o leitor já conhece ou pelo menos ouviu falar do matemático grego, por conta disso, não iremos nos preocupar em descrever quem foi Pitágoras, sua vida e feitos. Nosso objetivo é estudar o teorema que leva seu nome, buscando respostas às incertezas que o cercam. Com base nos questionamentos apontados e nas leituras realizadas, organizamos a estruturação da pesquisa para debater em torno de três tópicos: A história do Teorema de Pitágoras; Suas demonstrações; Os dias atuais.

A história do Teorema de Pitágoras

Para tratar da história de um teorema tão importante como o Teorema de Pitágoras (TP), precisamos ir além da história, isto é, além da história conhecida popularmente, contada em praticamente todos os livros didáticos de matemática.

Analisando alguns livros didáticos mais antigos utilizados na rede pública de ensino escolar, podemos notar que a grande maioria aborda a história tradicional com o objetivo de contextualizar o estudante descrevendo que Pitágoras foi um matemático grego, fundador da Escola Pitagórica (por volta de 500 a.E.C.) e quem demonstrou o teorema que leva seu nome. Inclusive, os livros abordam a demonstração de Pitágoras e por fim uma série de exercícios de fixação. Outros livros mais recentes seguem o mesmo padrão mas, surpreendentemente, trazem a história do teorema vindo (também) de outras civilizações, gerando uma certa estranheza por parte do leitor, já que o foco é para o grandioso matemático grego.

Buscando outras respostas para a ideia da história ensinada, fomos à rede de dados mais famosa atualmente, a *internet*. A ideia era tentar nos colocar no lugar de um aluno na idade da escola regular que, por curiosidade, decidiu saber qual a história do teorema que ele aprendeu na escola. Desse modo, sabendo que vivemos em um mundo tecnológico e que a grande maioria dos adolescentes possuem um instrumento com acesso a *internet* é quase óbvio que o primeiro lugar de pesquisa seria por meio desta ferramenta. Por este motivo, nos colocamos a observar o resultado da pesquisa informal.

Ao escrever na barra de pesquisas da plataforma *google* “história do teorema de Pitágoras” os resultados foram dos mais diversos, da mesma forma que nos livros didáticos observamos uma ênfase na figura Pitágoras e o desenvolvimento da demonstração, mas também surgiram frases como “revisitando o teorema de Pitágoras”, “um novo olhar ao teorema de Pitágoras” e “a história por trás da história” fazendo referência a artigos e publicações que se colocaram a estudar a real origem do TP. Assim, podemos perceber, mesmo com uma pesquisa rápida, que a história do TP está sendo revisitada e contada com os diversos contrapontos que surgiram no passar dos anos.

Contudo, podemos dizer que a história do teorema vem de muito antes de Pitágoras e da Escola Pitagórica, ainda é possível dizer que a origem do TP nem seja a Grécia como retrata Gaspar (2022):

É altamente provável que o teorema de Pitágoras fosse conhecido na Índia muito antes do período dos Sulbasutras. Seu enunciado é encontrado nos Sulbasutras de Baudhayana e Apastamba, e o fato de o teorema ser

enunciado em duas partes, primeiro para quadrados e depois para retângulos quaisquer, talvez indique duas etapas na sua descoberta (Gaspar, 2022).

Os Sulbasutras são livros da religião hindu datados do ano 800 a.E.C, sendo uma das primeiras fontes para a introdução da Geometria na Índia. Neles são encontrados rituais hindus e, principalmente, muita Geometria que seria utilizada na construção de altares e templos.

Povos ainda mais antigos teriam utilizado o TP para problemas que envolviam o cálculo de áreas, que é o caso dos povos egípcios e dos babilônios (por volta de 1600 a.E.C). Curioso mencionar que toda matemática conhecida desses povos foi encontrada registrada em tabletes de argila e papiros.

Segundo Lima et al (2006) em um destes tabletes que se tem conhecimento, o chamado Plimpton 322, temos a presença de uma tabela com alguns números, que os pesquisadores afirmam ser ternos pitagóricos - um trio de números dado como lados de um triângulo retângulo. Isso nos dá indícios de que os Babilônios já obtinham conhecimento das relações entre os lados de um triângulo retângulo, ou seja, do próprio teorema de Pitágoras.

Roque (2012) vêm problematizando diversas vezes nos seus escritos e ainda analisa a demonstração formal do teorema que consta no livro *Os Elementos*, de Euclides, comparando a técnica utilizada na demonstração com a matemática produzida pelos babilônios e a matemática produzida pela Escola Pitagórica. “As operações com áreas na geometria grega datam do período pré-euclidiano. Os métodos de aplicação de áreas, por exemplo, já eram usados muito antes de Euclides e lembram os métodos babilônicos de cortar e colar áreas” (Roque, 2012), dando ainda mais suporte à teoria de que já se tinha conhecimento do teorema, antes mesmo de Pitágoras.

No livro supracitado, *Os Elementos*, escrito por volta dos anos 300 a.E.C, encontramos traços do teorema de Pitágoras como conhecemos hoje, de forma mais geométrica e preocupada com o cálculo de áreas, diferente dos métodos que a Escola Pitagórica utilizava, voltado para um aspecto mais aritmético. Euclides aborda o resultado como uma proposição, tendo enunciado da seguinte maneira: *Nos triângulos retângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo reto é igual aos quadrados sobre os lados que contêm o ângulo reto.*

Observando as datas, é inevitável concluir que, de fato, o Teorema de Pitágoras não tenha sido descoberto por Pitágoras, ou, menos ainda, pela Escola Pitagórica trazendo outro ponto de vista para a história popularmente conhecida, ou mesmo, para aquilo que a intuição nos diz, seguindo o fato do teorema carregar o nome de Pitágoras, nos levando a crer que o mesmo quem o descobriu. Fato é que a história contada ainda é cercada de incertezas, mas já conseguimos notar que existe grande estudo sobre o que há por trás do então Teorema de Pitágoras.

Demonstrações

Já podemos perceber que a história do teorema em questão é bastante rica, mas ainda assim, repleta de incertezas que despertam nossa curiosidade. Saindo um pouco da área

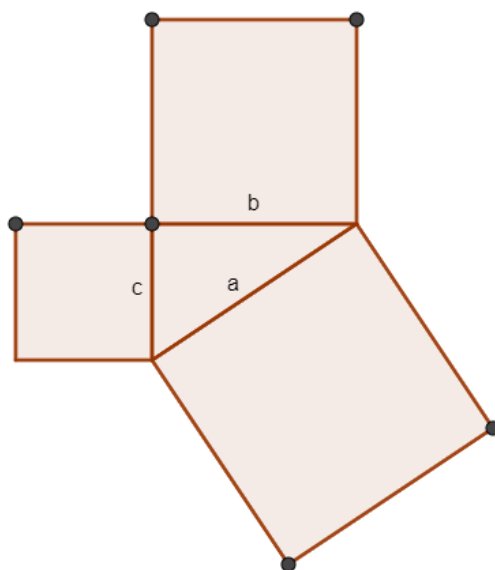
histórica e entrando mais na área matemática, queremos também visitar algumas das demonstrações que são conhecidas para provar a veracidade do TP:

- A demonstração clássica;
- Demonstração por semelhança;
- Demonstração de Perigal;
- Demonstração usando um trapézio;

as quais serão abordadas em subtítulos dentro desta seção. Entretanto, é preciso ressaltar que as demonstrações que iremos aqui enfatizar não são as únicas que existem, mas optamos por nos restringir a estas.

Antes de iniciar as provas, vamos relembrar o enunciado do teorema que se tornou conhecido: “em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual a soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos” (Lima et al, 2006). Em outras palavras, se em um triângulo retângulo a medida da hipotenusa for a e a medida dos catetos forem b e c , temos que $a^2 = b^2 + c^2$.

Figura 1 - O Teorema de Pitágoras



Fonte: A autora.

Em resumo o que se afirma no enunciado tem como base uma imagem (Figura 1) bastante conhecida quando se fala em teorema de Pitágoras, contendo o triângulo retângulo e os quadrados construídos sob seus lados.

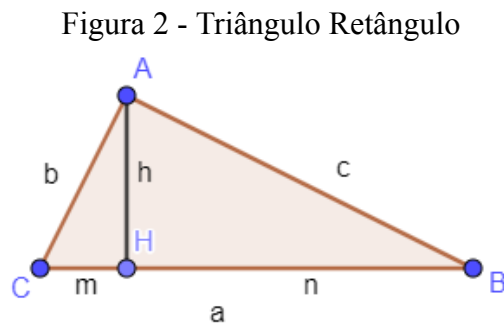
A demonstração por semelhanças

Uma demonstração simples para trabalhar em sala de aula é a demonstração que utiliza da semelhança de triângulos, inclusive em alguns livros didáticos podemos encontrá-la, pois são conceitos que os estudantes estarão estudando no mesmo período que

estudarão o TP. Ela pode ser uma grande aliada para que eles percebam a veracidade do teorema, podendo inclusive aproximá-los de um olhar mais matemático, utilizando ferramentas simples para demonstrar um teorema importantíssimo.

Considerando um triângulo retângulo ABC, traçamos a altura AH. Com isso, podemos verificar que os triângulos AHC e AHB são semelhantes ao triângulo ABC.

Sejam a , b e c as medidas dos lados do triângulo opostas aos vértices A, B e C respectivamente, h a medida da altura AH, m a medida do segmento CH e n a medida do segmento HB, como mostra a Figura 2.



Fonte: A autora

Utilizando a semelhança de triângulos com os triângulos AHC e ABC obtemos a seguinte relação: $\frac{b}{a} = \frac{m}{b} \Rightarrow b^2 = am$. Repetindo o mesmo procedimento com os triângulos AHB e ABC, obtemos $\frac{c}{a} = \frac{n}{c} \Rightarrow c^2 = an$.

É preciso frisar que outras relações também podem ser encontradas utilizando a semelhança dos triângulos, não apenas as mencionadas acima. Também podemos notar que a medida do segmento CB, pode ser vista como uma soma, pois $a = m + n$.

Queremos chegar na igualdade $a^2 = b^2 + c^2$, mas veja que como $b^2 = am$ e $c^2 = an$, temos que:

$$b^2 + c^2 = am + an \Rightarrow a(m + n) \Rightarrow a \cdot a = a^2$$

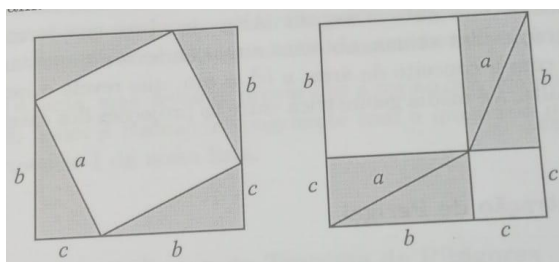
Portanto, $a^2 = b^2 + c^2$, como queríamos demonstrar.

A demonstração clássica

A demonstração clássica, também conhecida como demonstração pelo quadrado Chinês diz que, dado um triângulo retângulo com as medidas a , b e c , considere a a medida da hipotenusa e o quadrado de lado medindo $b + c$, como mostra a figura 3.

Vamos olhar para as duas figuras de modo a querer chegar no enunciado do teorema. Visto que ambos os quadrados são iguais (de lado $b + c$), podemos trabalhar com as informações que nos são dadas.

Figura 3 - Quadrados de lado $b + c$



Fonte: Lima et al (2006)

A ideia é, em ambas as figuras, retirar os quatro triângulos retângulos de lados medindo a , b e c . Como iniciamos de duas figuras com mesma área, o que restará terá também a mesma área. Ou seja, podemos concluir que a área do quadrado de lado a , será igual a soma das áreas do quadrados b e c , e teremos que $a^2 = b^2 + c^2$.

Um outro modo de ver tal conclusão, é pela soma das áreas que compõem as figuras da direita e da esquerda.

De fato, o quadrado da esquerda é composto por um quadrado de lado a e quatro triângulos de área $\left(\frac{bc}{2}\right)$. Podemos calcular a área desta figura como $a^2 + \left(\frac{bc}{2}\right) \cdot 4$. Já o quadrado da direita é composto por um quadrado de lado b , um quadrado de lado c e dois retângulos. Calculando a área desta figura temos $b^2 + c^2 + 2 \cdot (bc)$.

Como ambas figuras possuem a mesma área temos que:

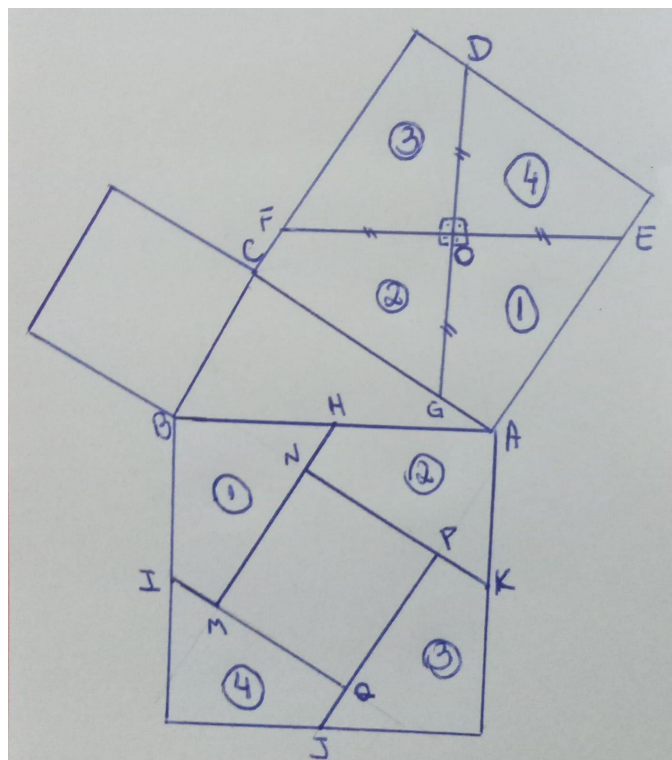
$$a^2 + \left(\frac{bc}{2}\right) \cdot 4 = b^2 + c^2 + 2 \cdot (bc) \Rightarrow a^2 + 2bc = b^2 + c^2 + 2bc \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

A demonstração de Perigal

Esta demonstração leva o nome de Henry Perigal (1801-1898), que não está no *hall* dos mais famosos matemáticos. Perigal ficou conhecido depois que publicou sua demonstração para o teorema de Pitágoras utilizando um método bastante interessante, dando a ideia de dissecação dos quadrados.

Vamos considerar um triângulo retângulo ABC, retângulo em C e os quadrados em seus catetos. No quadrado de lado AC iremos construir quatro quadriláteros de maneira que todos sejam congruentes. Construimos estes quadriláteros com o auxílio de retas paralelas aos lados do triângulo retângulo. Na sequência, traçamos os pontos médios H, K, I, J dos lados do quadrado de lado AB e, passando por estes pontos, novas perpendiculares aos lados do triângulo retângulo como mostra a Figura 4.

Figura 4 - Construção de Perigal



Fonte: A autora

A partir daí, surgem quadriláteros dentro do quadrado de lado AB. Note que é possível encontrar o paralelogramo ABFE na figura, desta forma podemos dizer que $AB=FE$ e $BF=AE$ pela propriedade de paralelogramos.

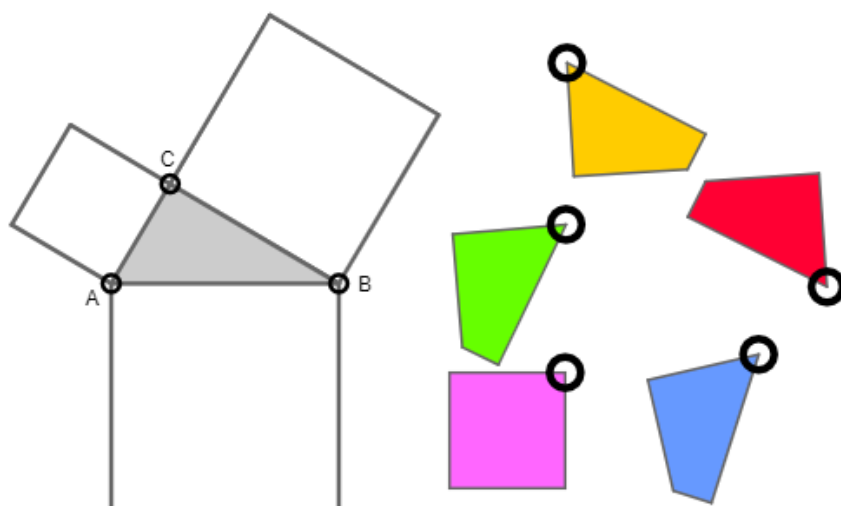
Note que $OE=BH$ e $BI=OG$ pois os segmentos são pontos médios dos lados do paralelogramo ABFE formado. Note também que os quadriláteros AGOE e BIMH são semelhantes, pois MH foi construído a partir de uma reta paralela ao lado BF do paralelogramo, assim podemos dizer também que $IM=AG$. Analogamente, concluímos que os quadriláteros numerados igualmente são semelhantes, ou seja, os quadriláteros 1 são semelhantes entre si, assim como, 2, 3 e 4.

Por fim, podemos dizer que o quadrado de lado BC e o quadrado MNPQ são iguais, pois o lado do paralelogramo BF, que contém BC, é o igual a MH, assim, $BC=MN$ e $CF=NH$. Portanto, a área do quadrado de lado AB é igual à soma das áreas dos quadrados de lado BC e AC.

A demonstração de Perigal é uma ferramenta bastante didática para se utilizar em sala de aula, pois conseguimos comprovar a veracidade do teorema brincando com um simples quebra-cabeças. O método utilizado por Perigal torna visível a veracidade do TP sem a necessidade de grandes cálculos complexos.

Encontramos na plataforma *Geogebra* esta ideia de quebra-cabeças, onde as partes, que são os quadriláteros, que compõem os quadrados dos lados do triângulo retângulo estão dados como peças que devem ser encaixadas nos quadrados em branco (Figura 5).

Figura 5 - As peças do quebra-cabeça



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/WeB9tmXH#material/EwUJa4JG>

Com estas peças o estudante pode posicioná-las de modo que todas fiquem posicionadas dentro dos dois quadrados menores (Figura 6), ou de modo que todas caibam dentro do quadrado de lado AB (Figura 7). Fazendo com que o estudante perceba que, de fato, a área do quadrado maior é dada como a soma dos outros dois quadrados menores.

Figura 6 - Peças nos quadrados menores

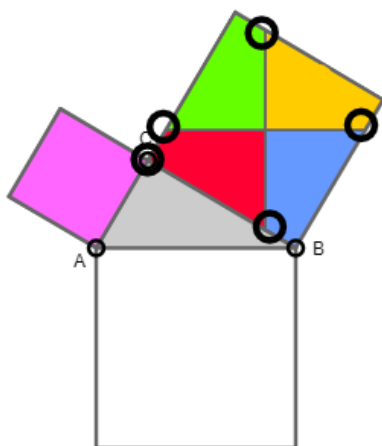
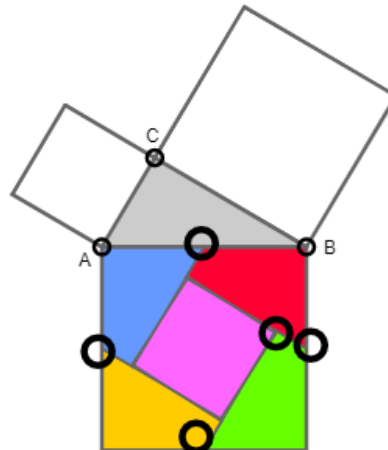


Figura 7 - Peças no quadrado maior



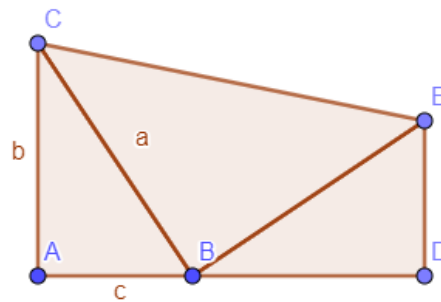
Fonte: <https://www.geogebra.org/m/WeB9tmXH#material/EwUJa4JG>

A demonstração utilizando trapézio

Esta demonstração é um tanto curiosa pois quem utilizou este método foi um antigo presidente dos Estados Unidos da América. James Abram Garfield foi presidente dos EUA por um curto período de quatro meses (março/1881 – setembro/1881) quando, conta a história, foi assassinado.

A demonstração de Garfield é baseada na ideia de que conseguimos decompor um trapézio em três triângulos, sendo que dois deles serão retângulos e congruentes.

Figura 8 - Trapézio composto por triângulos



Fonte: A autora

Note que os triângulos ABC e BDE são retângulos e congruentes entre si por terem os três ângulos com mesma medida. Desta forma, $BC=BE= a$; $AB=DE= c$ e $AC=BD= b$. Perceba que o triângulo BCE é isósceles, pois, como dito, $BC=BE$.

Assim, temos o trapézio ACDE com a base maior medindo b , base menor medindo c e altura medindo $b + c$. Para calcular sua altura, recorreremos à fórmula da área, o que nos traz:

$$A = \frac{(b+c)(b+c)}{2} \Rightarrow \frac{b^2+2bc+c^2}{2}$$

Agora vamos calcular as áreas dos triângulos formados no interior deste trapézio. Como os triângulos ABC e BDE são congruentes, possuem mesma área $\frac{bc}{2}$. A área do triângulo isósceles BCE é dada por $\frac{a^2}{2}$. Assim, a área obtida do trapézio será igual a soma das áreas obtidas dos triângulos, o que nos diz que:

$$\begin{aligned} \frac{b^2+2bc+c^2}{2} &= \frac{bc}{2} + \frac{bc}{2} + \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{b^2+2bc+c^2}{2} = \frac{2bc}{2} + \frac{a^2}{2} \\ &\Rightarrow b^2 + 2bc + c^2 = 2bc + a^2 \Rightarrow b^2 + c^2 = a^2 \end{aligned}$$

Chegando no enunciado do teorema de Pitágoras.

E as triplas pitagóricas?

As triplas Pitagóricas são números inteiros positivos que satisfazem a igualdade $a^2 = b^2 + c^2$, como é o exemplo dos números (3,4,5), uma das triplas mais conhecidas. Isto quer dizer que, dado um triângulo retângulo onde os catetos medem 3 e 4 respectivamente, a medida da hipotenusa, com certeza, será 5.

Na matemática, a expressão tripla pitagórica ou ternos pitagóricos são bastante recorrentes, desde os tempos antigos. A Escola Pitagórica já estudava este conceito e segundo consta a história, é bastante provável que “não deve ter havido um teorema geométrico sobre o triângulo retângulo demonstrado pelos pitagóricos, e sim um estudo das chamadas triplas pitagóricas” (Roque, 2012).

Existem diversos métodos para se encontrar as triplas pitagóricas, um deles, que iremos abordar na sequência, encontramos em Lima et al (2006).

Sejam m e n números inteiros positivos tais que $m > n$. Defina:

$$b = m^2 - n^2, c = 2mn \text{ e } a = m^2 + n^2.$$

Este procedimento será válido para quaisquer números inteiros positivos (m e n) escolhidos e, o curioso é que (b,c,a) é uma tripla pitagórica independentemente dos m e n escolhidos:

$$\begin{aligned} b^2 + c^2 &= (m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + 4m^2n^2 \\ &= m^4 + n^4 + 2m^2n^2 \\ &= (m^2 + n^2)^2 = a^2 \end{aligned}$$

Portanto, $a^2 = b^2 + c^2$.

Realizando um teste, caso $m = 5$, $n = 2$, vamos obter:

$$\begin{aligned} b &= 5^2 - 2^2 \Rightarrow b = 25 - 4 = 21, \\ a &= 5^2 + 2^2 \Rightarrow a = 25 + 4 = 29, \\ c &= 2 \cdot 5 \cdot 2 = 20. \end{aligned}$$

Os dias atuais

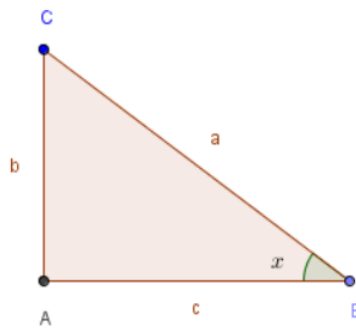
Um teorema de tamanha importância, que gerou diversos trabalhos que abordam sua origem, que carrega consigo a existência de tantas demonstrações distintas - seja por matemáticos ou por pessoas movidas simplesmente pela curiosidade, pode ainda ser questionado com a mais simplória das perguntas: onde consigo ver ou mesmo utilizar este teorema em afazeres do dia a dia? Onde ele é aplicado na natureza?

Esses questionamentos são também realizados nas escolas pelos estudantes que estão estudando tais conceitos, pois é natural do ser humano querer colocar qualquer conhecimento adquirido em uma aplicação direta.

Tentando ir em busca de respostas, nos colocamos a procurar aplicações do TP, em qualquer área que ele possa ser utilizado, mas principalmente buscando dar um significado para a importância que ele carrega.

Obviamente o Teorema possui uma grande importância na Matemática pois é a partir dele que conseguimos resolver diversos problemas que envolvem diversas de suas subáreas, como a Geometria, o Cálculo, a Álgebra Linear e em muitas outras. Por exemplo, a relação fundamental trigonométrica existe por conta do Teorema de Pitágoras: considere um triângulo retângulo e um ângulo x , conforme a Figura 9 a seguir.

Figura 9 - Triângulo ABC com ângulo x



Fonte: A autora

Por definição $\text{sen}(x) = \frac{b}{a}$ e $\text{cos}(x) = \frac{c}{a}$. Portanto,

$$(\text{sen}(x))^2 + (\text{cos}(x))^2 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 = \left(\frac{b^2+c^2}{a^2}\right)$$

Pelo TP temos que,

$$(\text{sen}(x))^2 + (\text{cos}(x))^2 = \left(\frac{b^2+c^2}{a^2}\right) = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

Ainda falando de aplicações diretamente em cálculos, é necessário o uso do TP para calcular a altura de triângulos equiláteros, diagonais de quadrados e também de sólidos geométricos como o cubo, paralelepípedos e cones.

Além da matemática, existem muitas outras áreas que utilizam o TP. Por exemplo, na Física, ele é muito utilizado quando encontramos problemas que envolvam o cálculo de forças e distâncias vetoriais.

Ainda pensando nos cálculos, um interessante artigo acadêmico nos dá exemplos bastante significativos da utilidade do TP. Sabel e Brockveld (2016) explicam que para calcular as dimensões de uma televisão, tendo suas polegadas (medida da diagonal da tela em questão), vamos precisar utilizar o teorema e uma relação de proporcionalidade.

Atualmente, nas telas, é comum utilizar a relação de proporção 16:9 de altura e largura respectivamente. Sabendo disso, vamos calcular as dimensões l (largura) e a (altura) de uma televisão de 40 polegadas (40”), conforme mostrado na Figura 10.

Figura 10 - Televisão de 40”



Fonte: A autora

Para iniciar, vamos encontrar a proporção em termos da largura

$$\frac{l}{a} = \frac{16}{9} \Rightarrow l = \frac{16a}{9}$$

Note que a medida em polegadas da televisão gera um triângulo retângulo, com a hipotenusa medindo 40" e catetos medindo l e a respectivamente, assim, aplicando o TP e fazendo a substituição da expressão encontrada para l temos

$$\begin{aligned} 40^2 &= l^2 + a^2 \Rightarrow 1600 = \left(\frac{16a}{9}\right)^2 + a^2 \Rightarrow 1600 = \frac{256a^2}{81} + a^2 \\ &\Rightarrow 1600 = \frac{256a^2 + 81a^2}{81} \Rightarrow 1600 = \frac{337a^2}{81} \end{aligned}$$

Isolando a , encontramos

$$a^2 = \frac{81 \cdot 1600}{337} \Rightarrow a^2 = \frac{129600}{337} \Rightarrow a = \sqrt{384,57} \Rightarrow a \simeq 19,61"$$

Agora que temos a medida da altura, podemos encontrar a medida da largura utilizando a expressão encontrada anteriormente

$$l = \frac{16a}{9} \Rightarrow l = \frac{16 \cdot 19,61}{9} \Rightarrow l \simeq 34,86"$$

Note que as medidas encontradas foram em polegadas, para encontrar as medidas em centímetros, precisamos lembrar que 1 polegada equivale a 2,54cm. Desta forma, basta fazer as conversões

$$\begin{aligned} a \simeq 19,61" &\Rightarrow a \simeq 19,61 \cdot 2,54 = 49,80 \text{ cm} \\ l \simeq 34,86" &\Rightarrow l \simeq 34,86 \cdot 2,54 = 88,54 \text{ cm} \end{aligned}$$

Assim, podemos concluir que o TP é uma ferramenta utilizada em diversos campos e áreas do conhecimento, como na construção civil, na agronomia, arquitetura e muitas outras.

Fato é, que em algumas dessas áreas a aplicação do teorema se torna muito mais indireta, sem cálculos, pois na sociedade tecnológica em que vivemos, as ferramentas, *softwares* e aplicativos existentes simplificam seu uso.

Conclusão

Falar sobre o teorema de Pitágoras é bastante desafiador, são diversas as fontes que abordam versões diferentes e cada vez mais intrigantes sobre a história, versões estas que nos envolvem com tantos contrapontos, que geram estranheza e nos atizam a curiosidade. Com este trabalho, esperamos ter despertado a curiosidade do leitor tanto quanto nos foi.

Pode-se perceber que responder alguns questionamentos é quase impossível, dado que não se sabe ao certo qual a data ou período que marca a descoberta do Teorema. Talvez nem mesmo a pessoa que fez tal descoberta soube da importância que teve (e ainda tem) para com a sociedade. Talvez nem mesmo existiu alguém, mas sim um conjunto de ideias e resultados que, mais tarde, foram reunidas. Fato é que ainda há muito o que se descobrir.

Avaliação do aluno em relação aos benefícios da IC no seu aprendizado e formação científica

O tema estudado para o presente projeto surge da simples curiosidade da estudante em torno do Teorema que encontramos por diversas vezes no decorrer do curso de Licenciatura

em Matemática. Tentando responder às perguntas introdutórias, mesmo tendo conhecimento de muitos aspectos sobre o TP, ainda assim, não há como mensurar as descobertas obtidas durante o período da Iniciação Científica, contribuído para um novo olhar com relação a ele, pois muito dos conhecimentos transmitidos durante o período escolar e mesmo depois na universidade, são, de todos, os mais comuns, isto é, demonstrações clássicas e curtas e breves contextualizações quanto ao período de descoberta do teorema.

Contudo, como visto durante o desenvolvimento do projeto, essas informações são apenas a ponta visível de um imenso *iceberg* de informações que contribuíram positivamente para a formação acadêmica e pessoal da estudante, pois com as pesquisas realizadas, ela pode passar por conhecimentos não vistos anteriormente na graduação e se apropriar de novas informações.

Referências

EUCLIDES. Os Elementos. Tradução diretamente do grego de Irineu Bicudo. São Paulo. Editora Unesp, 2009.

FELIPEPH. Quebra-cabeças: Teorema de Pitágoras. Plataforma Geogebra. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/WeB9tmXH#material/EwUJa4JG>>

GASPAR, Maria Terezinha Jesus, A História do Teorema de Pitágoras. 2022.

LIMA, E.L.; CARVALHO, P.C.P.; WAGNER, E.; MORGADO, A.C. (2006). O Teorema de Pitágoras. Temas e Problemas Elementares. Sociedade Brasileira de Matemática. 2ª edição. Rio de Janeiro - RJ.

ROQUE, Tatiana. História da matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SABEL, E. e BROCKVELD, L.L. Pitágoras ao Quadrado - Revista da Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina/ Universidade Federal de Santa Catarina. Centro de Ciências Físicas e Matemáticas.– n.13 (2016).

UNICAMP. 5 demonstrações do Teorema de Pitágoras – Derivando a matemática. Disponível em: <<https://www.ime.unicamp.br/~apmat/5-demonstracoes-do-teorema-de-pitagoras/>>